

Scénario de génération d'un signal chaotique à partir d'un système hybride affine par morceaux

Fatima El Guezar

Laboratoire des Systèmes Informatiques et Vision (LabSIV), Agadir & Laboratoire Toulousain de Technologie et d'Ingénierie des Systèmes (LATTIS), INSA, Toulouse, France fatima.el_guezar@insa-toulouse.fr

Hassane Bouzahir

Equipe Signaux Systèmes et Informatique (ESSI), BP 1136 ENSA Agadir, Maroc bouzahir@ensa-agadir.ac.ma

Pascal Acco

Laboratoire Toulousain de Technologie et d'Ingénierie des Systèmes (LATTIS), INSA 135, Avenue de Rangueil-31077, Toulouse Cedex 4, France pascal.acco@insa-toulouse.fr

Danièle Fournier-Prunaret

Laboratoire Toulousain de Technologie et d'Ingénierie des Systèmes (LATTIS), INSA 135, Avenue de Rangueil-31077, Toulouse Cedex 4, France daniele.fournier@insa-toulouse.fr

Karim Afdel

Laboratoire des Systèmes Informatiques et Vision (LabSIV), Faculté des Sciences Hay Dakhla, BP 28/S Agadir, Maroc kafdel@yahoo.fr

Résumé

En électronique de puissance, les circuits à commutation, par leur nature, présentent un comportement hybride. Un système dynamique hybride est caractérisé par la coexistence d'une partie système événementiel à temps discret avec des dynamiques continues dans le temps. En tenant compte de cet aspect hybride, dans cet article, on présente la dynamique non linéaire du convertisseur Buck contrôlé en mode tension et en boucle ouverte. La simulation de ce système, effectuée par le logiciel « Matlab-Simulink-Stateflow », montre que la transition vers le chaos se fait à partir de la cascade de doublements de périodes perturbée par la bifurcation border collision.

Abstract

In power electronics, switching dynamical systems exhibit by nature a hybrid behavior. A hybrid dynamical system consists of a continuous component interacting with a discrete component. By taking into account this hybrid aspect, in this paper, we demonstrate the nonlinear dynamics of the voltage mode controlled Buck converter in an open loop. We mainly describe the transition scenario toward chaos. Through our simulation results based on Matlab-Simulink-Stateflow tool, period doubling bifurcation interrupted by border collision bifurcation is proved.

Mots-clés

système hybride, chaos, convertisseur Buck contrôlé en mode tension, bifurcation, Matlab-Simulink-Stateflow, Scicos

Keywords

hybrid system, chaos, voltage mode controlled Buck converter, bifurcation, Matlab- Simulink-Stateflow, Scicos

1. Introduction

Un système dynamique hybride est un système contenant à la fois des variables d'état continues et des variables événementielles en interaction. Comme exemple de système hybride, on peut citer les systèmes robotiques, les équipements chimiques contrôlés par les vannes et les pompes, les cellules biologiques (croissance et division), et les circuits électroniques non linéaires.

Avec la relation rigide et l'interaction entre les phénomènes continus et discrets, le comportement des systèmes hybrides peut sembler extrêmement complexe. Cependant ce comportement est maintenant mieux connu dans les systèmes linéaires par morceaux qui peuvent posséder une dynamique non linéaire présentant des phénomènes chaotiques. On peut considérer des exemples classiques comme le circuit de Chua et les convertisseurs DC-DC en électronique de puissance (EP).

Les principaux convertisseurs DC-DC d'EP Boost, Buck, Buck-Boost sont des systèmes à commutation dont la structure change avec le temps (El Aroudi, Debbat et al., 2005). La nature de commutation de ces systèmes les rend fortement non linéaires. Donc ce type de modèle linéaire par morceaux peut présenter des phénomènes spécifiques complexes associés à des structures fractales de bifurcations et à du chaos.

L'étude de la dynamique non linéaire des convertisseurs DC-DC a débuté en milieu des années 1980 (Brockett et Wood, 1984). Depuis, le chaos et les phénomènes non linéaires dans les circuits d'EP ont attiré l'attention de différents groupes de recherche dans le monde entier. Différents phénomènes non linéaires ont été observés, comme les routes vers le chaos à partir de la cascade de doublements de périodes (Deane et Hamill, 1990) ou des phénomènes de quasi-périodicité, ainsi que les bifurcations de type border collision.

Pour modéliser le fonctionnement du convertisseur Buck, on utilise l'option Stateflow qui fait partie de Simulink. Il permet d'y ajouter des blocs contenant des graphes à nombre d'états fini, avec des étapes, des actions, des transitions, des réceptivités et des événements. C'est un outil de description et de simulation qu'on peut comparer au GRAFCET. Grâce à Stateflow, Simulink est capable de simuler le fonctionnement de systèmes hybrides complexes mettant en jeu les aspects continus et les aspects événements discrets.

Cet article a pour objectif d'étudier le comportement chaotique du convertisseur Buck contrôlé en mode tension en tenant compte de l'aspect hybride de ce circuit. Il montre aussi, à partir des résultats de simulation, que la variation de tension d'entrée peut entraîner la génération de réponse périodique, subharmonique et chaotique.

Dans la section 2, l'équation générale d'un système hybride sera brièvement résumée. La section 3 explique le fonctionnement du convertisseur Buck contrôlé en mode tension et introduit les équations d'états de ce circuit. Dans la section 4, on commente un résumé de la modélisation et des simulations que nous avons effectuées. On termine par une conclusion.

2. Système hybride

Un système hybride autonome peut être décrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(x(t), q(t)), & x(t_0) &= x_0, \\ q(t) &= e(x(t), q(t-)), & q(t_0) &= i_0, \end{aligned}$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état continu, $q(t) \in Q = \{1, \dots, n_Q\}$ l'état discret et $q(t-)$ l'état discret précédent. L'espace d'état est $H = \mathbb{R}^n \times Q$.

La fonction $e : \mathbb{R}^n \times Q \rightarrow Q$ décrit le changement d'état discret. Le changement d'un état discret à un autre est appelé transition ou commutation. La transition entre deux états i et j est obtenue quand $x(\cdot)$ atteint la section de commutation $S_{i,j} = \{x : e(x, i) = j\}$.

Parmi les plus importantes classes des systèmes hybrides, on trouve les systèmes linéaires par morceaux qui sont décrits par :

$$\frac{dx(t)}{dt} = f_q(x) = A(q)x(t) + B(q)$$

où $A(q) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ et $B(q) \in \mathcal{R}^n$ sont des matrices qui dépendent de q .

3. Convertisseur Buck contrôlé en mode tension

3.1. Analyse du fonctionnement du convertisseur Buck contrôlé en mode tension

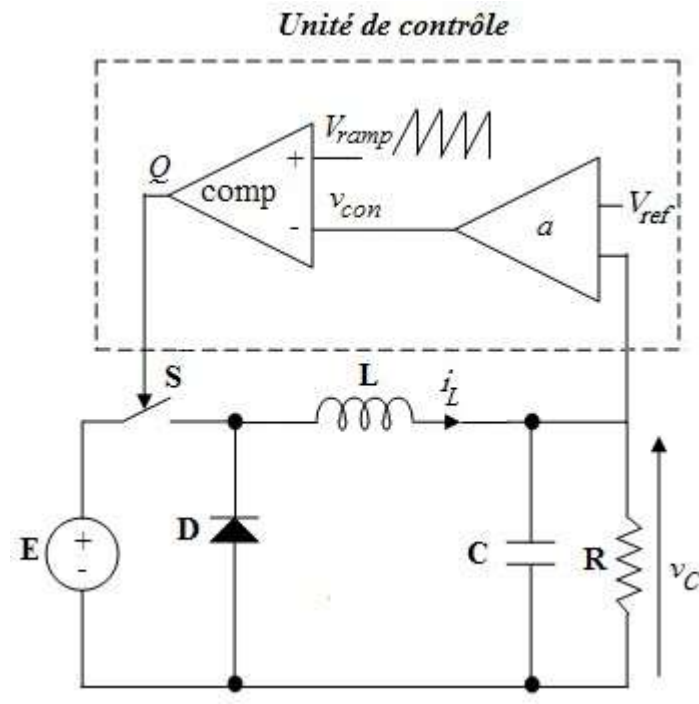


Figure 1. Convertisseur Buck contrôlé en mode tension

Le convertisseur Buck est un circuit d'EP qui convertit une tension DC en une tension DC inférieure. Ce convertisseur contrôlé en mode tension est constitué de deux parties : le convertisseur et l'unité de contrôle (cf. figure 1).

Le convertisseur est un circuit d'ordre deux, qui comprend une inductance, une capacité, une diode, un commutateur et une résistance mise en parallèle avec la capacité.

Le fonctionnement général du convertisseur est commandé par l'unité de contrôle. Dans ce circuit, le commutateur S est contrôlé par le comparateur qui compare le signal de contrôle $v_{con}(t)$ avec le signal rampe $V_{ramp}(t)$. En effet, le commutateur S est ouvert lorsque $v_{con}(t) > V_{ramp}(t)$ et fermé dans l'autre cas. Le signal de contrôle $v_{con}(t)$ est une combinaison linéaire du signal de sortie aux bornes de la capacité $v_C(t)$ et la tension de référence V_{ref} :

$$v_{con}(t) = a(v_C(t) - V_{ref})$$

où a est le gain de la chaîne du retour et le signal rampe $V_{ramp}(t)$ est donné par :

$$V_{ramp}(t) = V_L + (V_U - V_L) \frac{t}{T} \quad t \in [0, T]$$

La figure 2 représente la forme d'onde du signal de contrôle $v_{con}(t)$, du signal rampe en dents de scie $V_{ramp}(t)$, du signal de commande $Q(t)$ ainsi que les états du commutateur S .

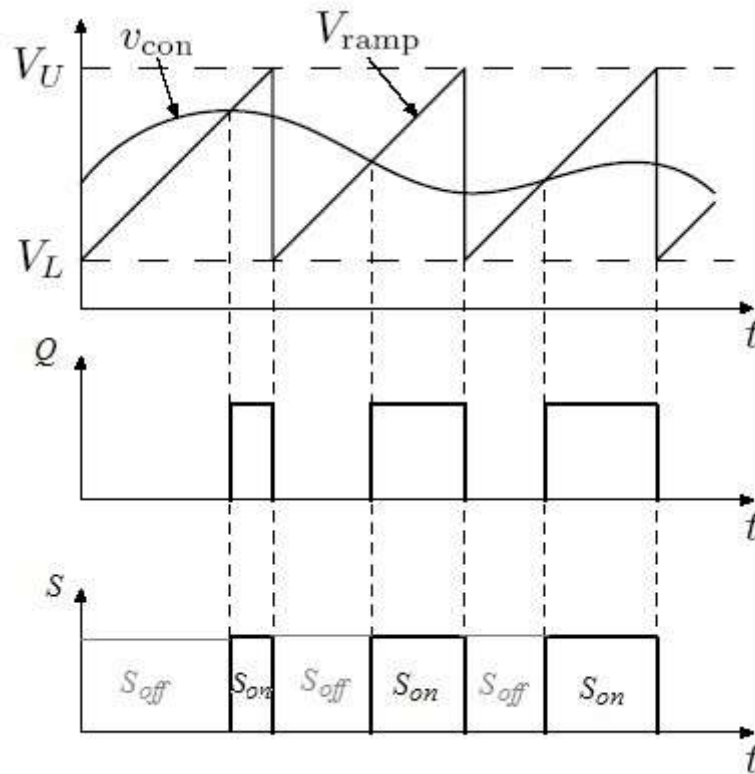


Figure 2. Le signal de contrôle $v_{con}(t)$, le signal rampe en dents de scie $V_{ramp}(t)$, le signal de commande $Q(t)$ et les états du commutateur S .

3.2. Equations d'état du convertisseur Buck contrôlé en mode tension

Le convertisseur Buck contrôlé en mode tension et en boucle ouverte est un système dynamique de dimension deux.

En mode de conduction continue MCC (le courant d'inductance minimal $i_L > 0$), deux états de commutation sont envisageables :

- Commutateur S ouvert et diode D fermée pour $nT \leq t < (n+d)T$
- Commutateur S fermé et diode D ouverte pour $(n+d)T \leq t < (n+1)T$

où n est un entier, d le rapport cyclique et T la période du signal rampe.

L'équation générale qui régit le fonctionnement du convertisseur Buck est :

$$\frac{dx(t)}{dt} = f_q(x) = A(q)x(t) + B(q) \quad \text{avec } q \in Q = \{1, 2\}$$

Pour $q=1$ et $q=2$, on obtient les deux systèmes d'équations différentielles suivants :

$$S_{off} : \frac{dx(t)}{dt} = f_1(x) = A_1x + B_1 \quad \beta(x,t) \geq 0$$

$$S_{on} : \frac{dx(t)}{dt} = f_2(x) = A_2x + B_2 \quad \beta(x,t) < 0$$

avec $x = \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix}$ est le vecteur de variables d'état et les matrices A et B sont données par :

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ \frac{RC}{L} & C \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix}.$$

La section de commutation est donnée par :

$$\begin{aligned} \beta(x,t) &= v_{con}(t) - V_{ramp}(t) \\ &= a v_c(t) - a V_{ref} - V_L - (V_U - V_L) \frac{t}{T} \\ &= 0 \quad \text{pour } t \in [0, T] \end{aligned}$$

Les sections de commutation des systèmes S_{on} et S_{off} sont données par :

$$\begin{aligned} \beta_{on,off} &= \{(x,t) \in R^2 \times R : \beta(x,t) \geq 0\} \\ \beta_{off,on} &= \{(x,t) \in R^2 \times R : \beta(x,t) < 0\} \end{aligned}$$

Le convertisseur Buck en MCC commute entre deux systèmes S_{on} et S_{off} quand les sections de commutation $\beta_{on,off}$ et $\beta_{off,on}$ sont atteintes (voir diagramme d'état en Figure 3).

4. Commentaire sur les résultats de simulation

4.1. Modélisation de l'unité de contrôle

Nous avons modélisé l'unité de contrôle par un comparateur qui compare la tension du contrôle $v_{con}(t)$ et la tension rampe $V_{ramp}(t)$. Cette dernière est un signal en dents de scie de période T et le signal $v_{con}(t)$ est obtenu par le signal de comparaison $v_c(t) - V_{ref}$ qui est multiplié par le gain a . Le signal Q obtenu à la sortie du comparateur commande le passage d'un système à un autre.

4.2. Modélisation du convertisseur Buck

Le convertisseur Buck en MCC commute entre deux systèmes S_{on} et S_{off} quand les sections de commutation $\beta_{on,off}$ et $\beta_{off,on}$ sont atteintes (voir diagramme d'état en Fig.3)

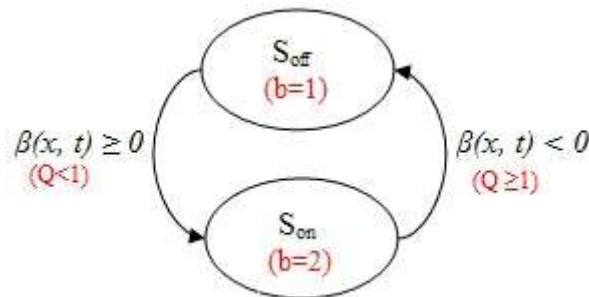


Figure 3. Diagramme d'état du convertisseur Buck

Selon la valeur du signal Q obtenu par le comparateur, le système commutera entre S_{on} et S_{off} quand $Q \geq 1$ ($\beta(x,t) \geq 0$) on sélectionne B_1 (S_{off}) et quand $Q < 1$ ($\beta(x,t) < 0$) on sélectionne B_2 (S_{on}) sachant que $A_1 = A_2$.

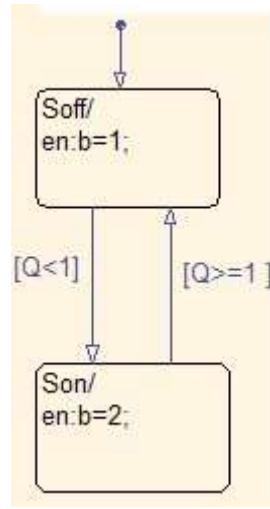


Figure 4. Diagramme d'état Stateflow du convertisseur Buck

Un exemple (régime périodique fondamental) des formes d'onde en domaine temporel des tensions $v_{con}(t)$, $V_{ramp}(t)$ et de la sortie $Q(t)$ du comparateur obtenues avec Matlab est donné en Fig.5.

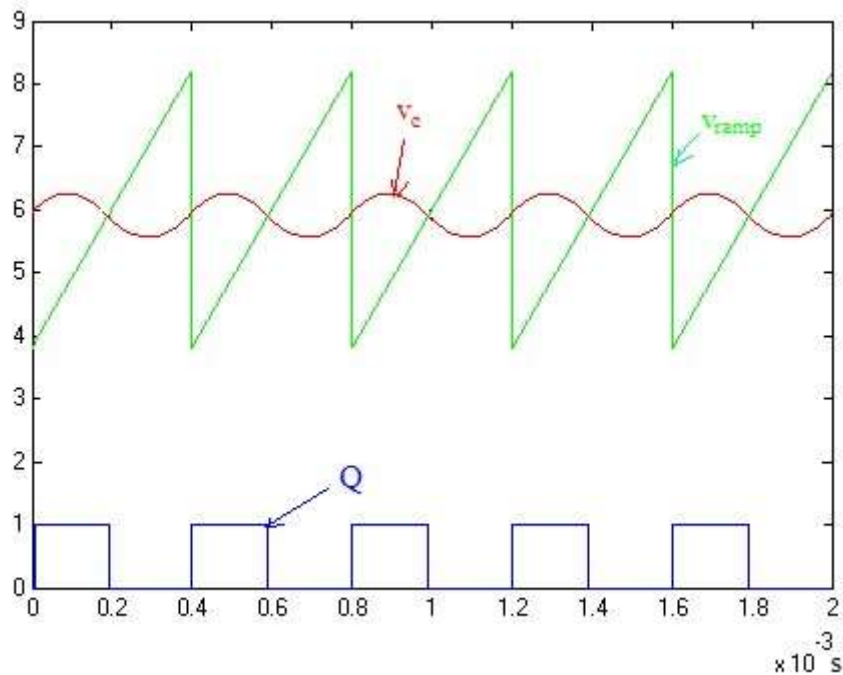


Figure 5. Régime périodique fondamental des tensions $v_{con}(t)$, $V_{ramp}(t)$ et de la sortie $Q(t)$ du comparateur

La figure 6 donne le modèle Simulink-Stateflow du convertisseur Buck contrôlé en mode tension.

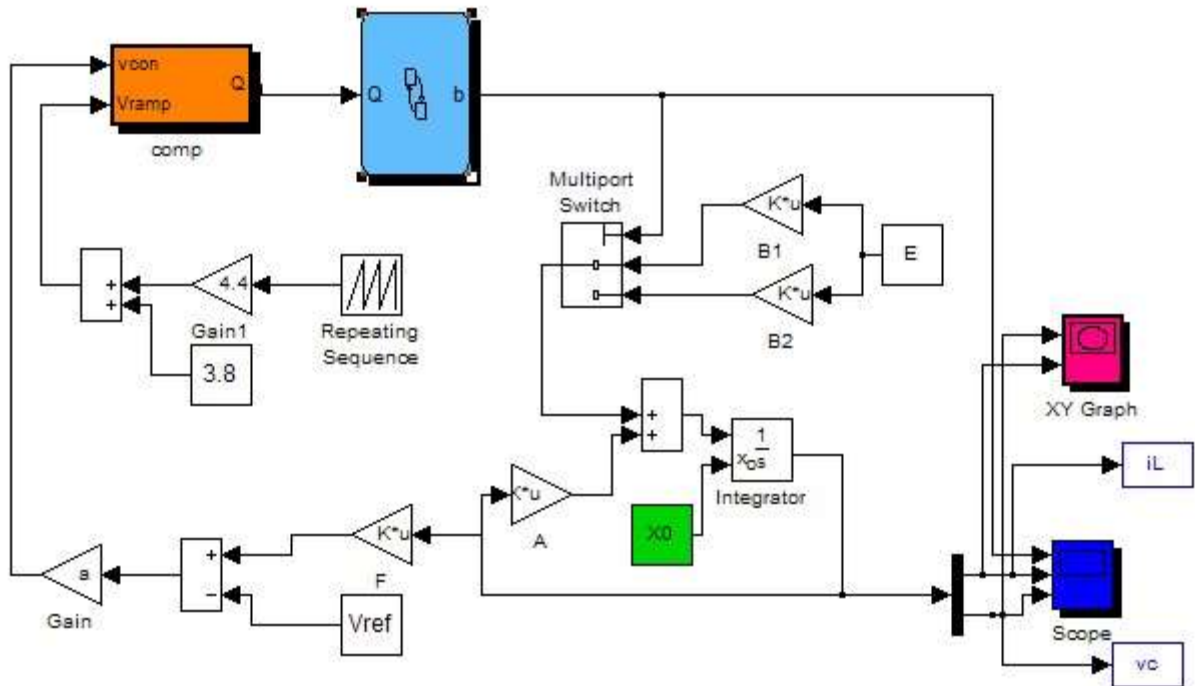


Figure 6. Modèle Simulink-Stateflow du convertisseur Buck contrôlé en mode tension

4.3. Résultats et commentaires

Nous avons fixé les paramètres aux valeurs suivantes: $L=30\text{mH}$, $T=400\mu\text{s}$, $R=22\Omega$, $C=47\mu\text{F}$, $a=8.4$, $V_{\text{ref}}=11.3\text{V}$, $V_L=3.8\text{V}$ et $V_U=8.2\text{V}$ et choisit comme paramètre de bifurcation la tension d'entrée $E=30\sim 47\text{V}$. En variant E , le circuit change son comportement qualitatif d'un régime fondamental stable à un autre qui est chaotique.

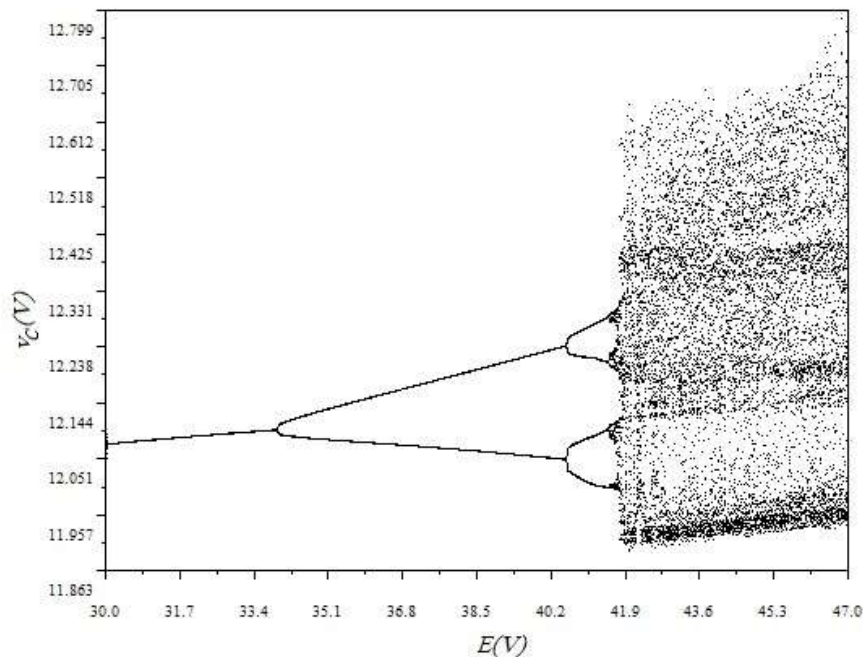


Figure 7. Diagramme de bifurcation

Les résultats de simulations effectuées montrent que la variation de E a conduit à la génération du chaos par une succession de doublements de période interrompue par des bifurcations border collision en certains points critiques telle que $E_c=41.4595V$. Ce phénomène est illustré par le diagramme de bifurcation obtenu par Scicos (toolbox de Scilab dédié à la simulation des systèmes hybrides) (voir Fig.7 et Fig.8)

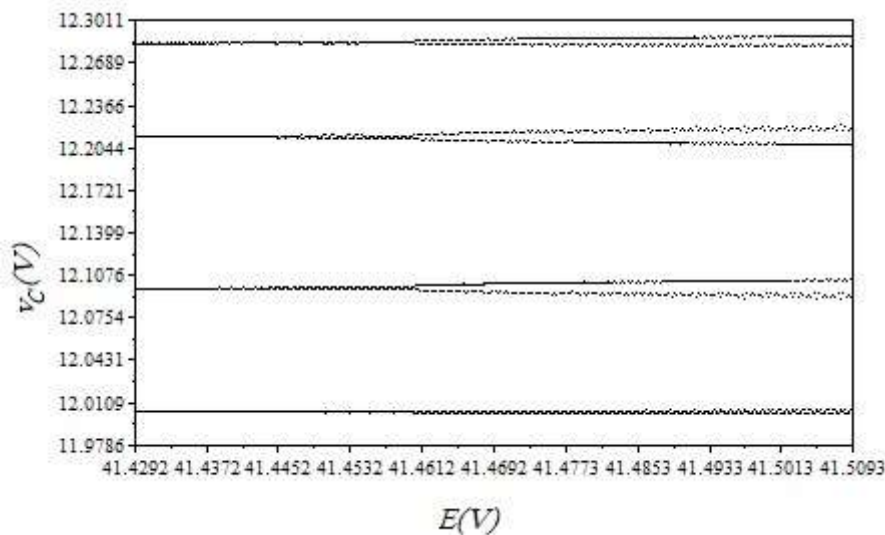


Figure 8. Diagramme de bifurcation élargi autour du point critique $E_c=41.4595V$

La figure 9(a) montre la forme d'onde typique de la tension v_C en fonction du temps, en régime périodique fondamental obtenu pour $E=31V$. Le plan de phase v_C-i_L et le spectre FFT de fréquences, qui prouvent la nature stable et périodique du système, sont donnés respectivement en Fig.9(b) et Fig.9(c). Ce régime périodique n'est possible que pour des petites valeurs de E .

Cependant, au fur et à mesure que la contrainte de contrôle E augmente, la période est multipliée par 2, 4, 8,... avec des doublements de période de plus en plus rapprochés sur l'axe des E . Lorsque la période devient infinie, le système devient chaotique.

Par exemple, la figure 10 et la figure 11 exposent les régimes $2-T$ périodique ($E=37.5V$) et $4-T$ périodique ($E=41.5V$) respectivement.

Pour un régime chaotique ($E=46.5V$), la forme d'onde de la tension v_C en fonction du temps (cf. figure 12(a)) montre un signal parfaitement chaotique d'ordre infini, le plan de phase v_C-i_L (cf. figure 12(b)) correspond à un attracteur chaotique et le spectre FFT est de nature continue et à large bande (cf. figure 12(c)).

5. Conclusion

Cet article illustre une étude numérique du convertisseur Buck contrôlé en mode tension et modélisé par un système hybride. Les résultats de simulations réalisées ont démontré que la variation du paramètre de contrôle E du circuit a amené à la génération du chaos par une succession de doublements de période perturbée par la bifurcation border collision en certains points critiques.

Remerciements : Cet article a été révisé lorsque les deux premiers auteurs étaient en visite de six mois au Centre de Technologies de l'Information Avancées à l'Université de Tokushima, Japon. Nos remerciements vont au Professeur Tetsushi Ueta pour les facilités offertes.

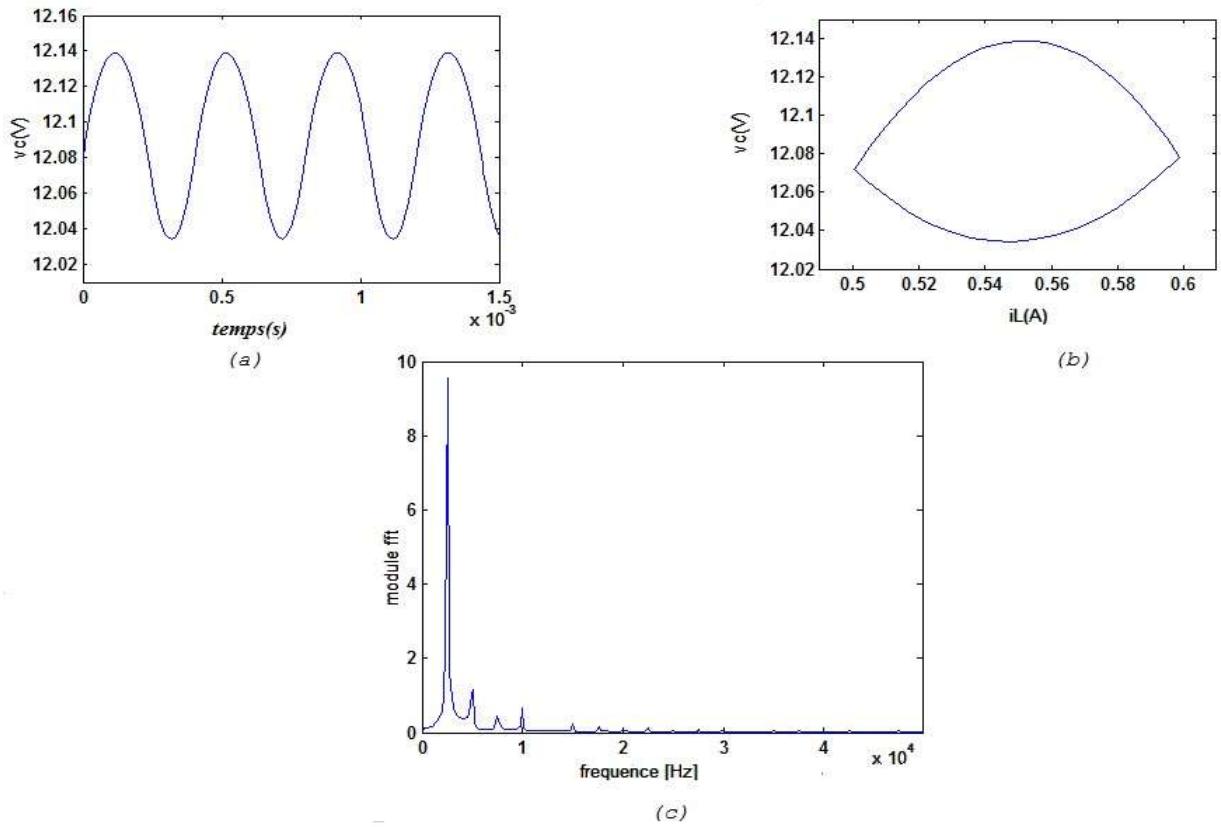


Figure 9. Régime périodique fondamental ($E=31V$)

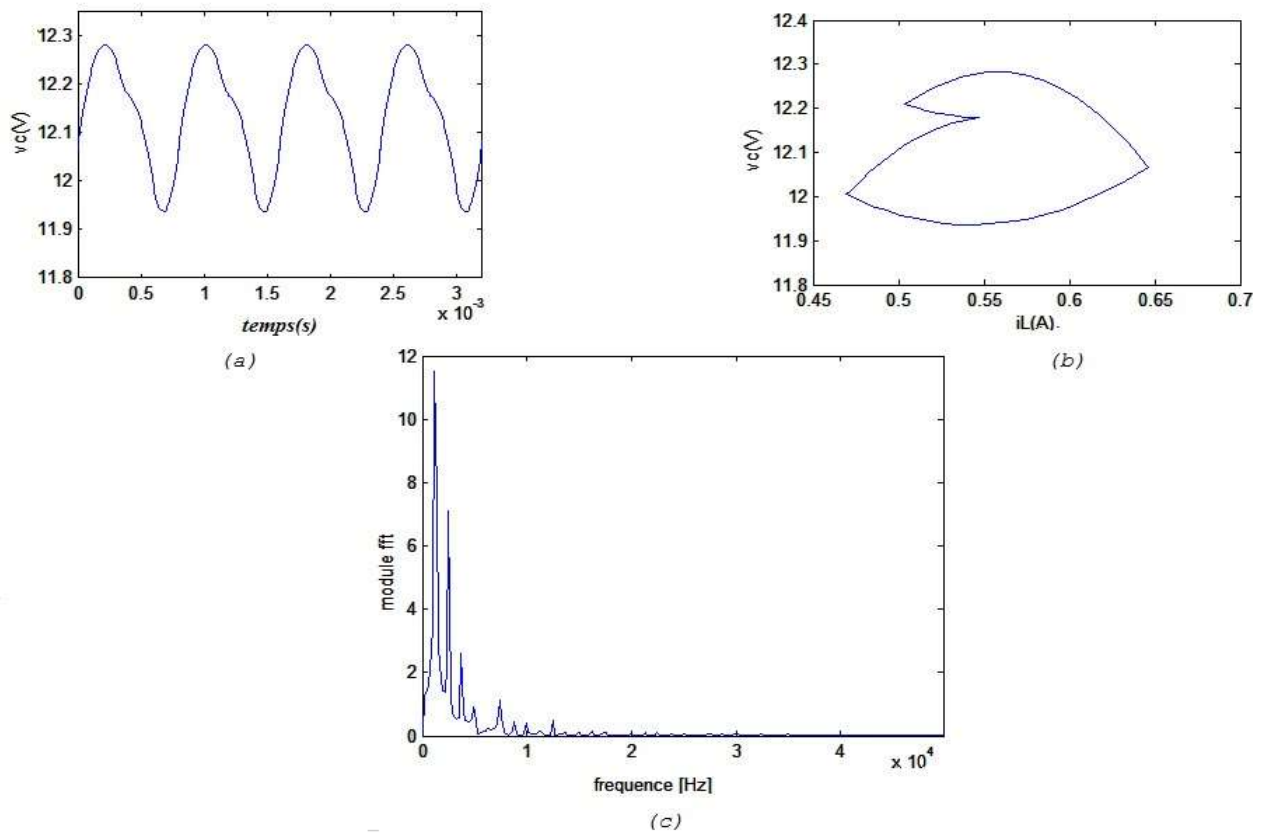


Figure 10. Régime 2T-périodique ($E=37.5V$) : (a) forme d'onde en domaine temporel, (b) plan de phase et (c) spectre FFT

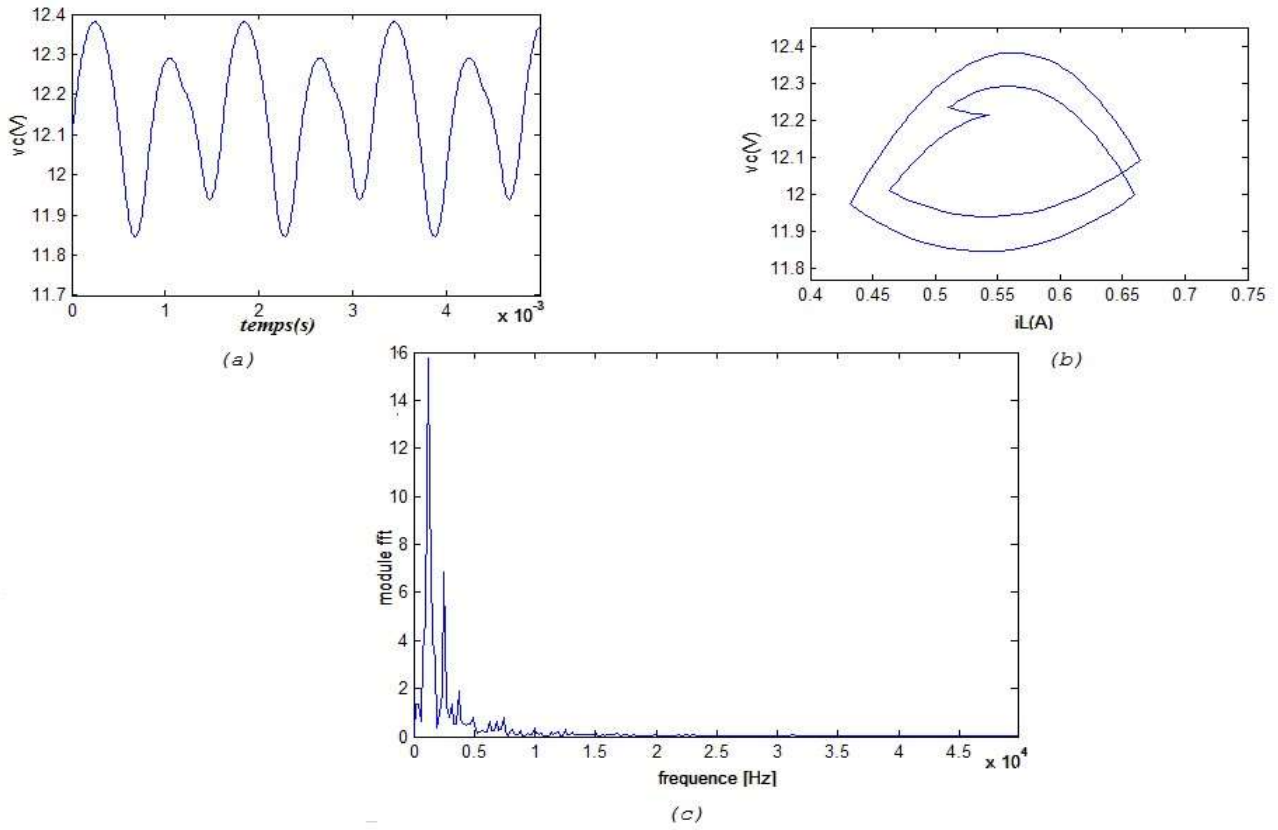


Figure 11. Régime 4T- périodique ($E=41.5V$)

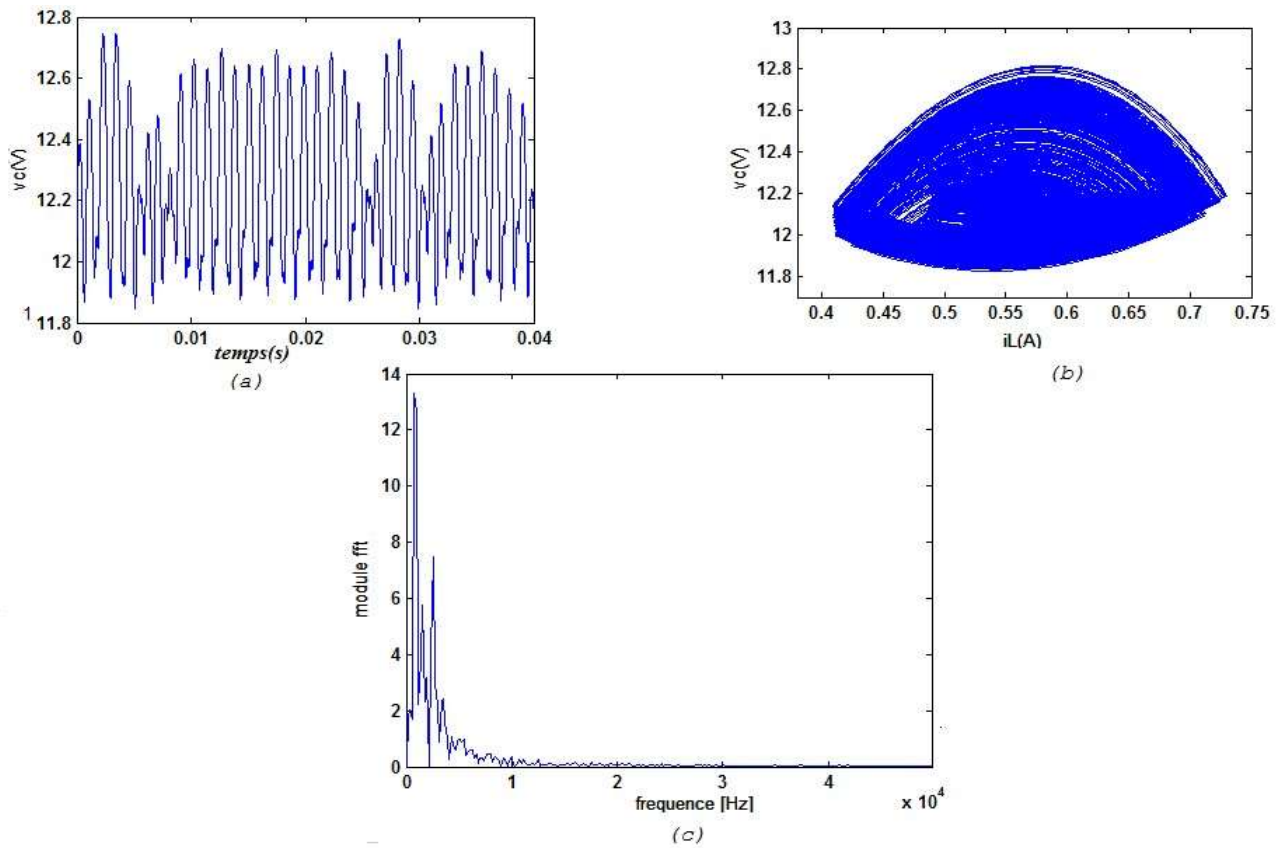


Figure 12. Régime chaotique ($E=46.5V$)
(a) forme d'onde en domaine temporel, (b) plan de phase et (c) spectre FFT

- Alfayoumi, M., Nayfeh, A. H., Borojevic, D. (1999). Input Filter interactions in DC-DC switching Regulators. *IEEE Power Electronic Specialist Conf. PESC'96*, 2, 283-286.
- Banerjee, S., Ranjan, P., Grebogi, C. (2000). Bifurcations in two-dimensional piecewise smooth maps- theory and applications in switching circuits. *IEEE Trans. Circuits Syst.-I*, 47, 633-647.
- Brockett, R. W., Wood, J. R. (1984). Understanding power converter chaotic behavior mechanisms in protective and abnormal modes. *Proc. Powercon 11*, paper E-14.
- Campbell, S. L., Chancelier, J. P., Nikoukhah, R. (2006). *Modeling and simulation in Scilab/Scicos*. Springer.
- Deane, J. H. B., Hamill, D. C. (1990). Instability, subharmonics and chaos in power electronic systems. *IEEE Trans. Power Electron.* 5, 260–268.
- El Aroudi, A., Debbat, M., Giral, R., Olivar, G., Benadero, L., Toribio, E. (2005). Bifurcations in DC–DC switching converters: review of methods and applications. *Int. J. Bifurcation and Chaos* 5, 1549–1578.
- El Aroudi, A., Leyva, R. (2001). Quasiperiodicity and chaos in the DC-DC buck-boost converter. *IEEE Trans. Circuits Syst.-I*, 48, 967-978.
- El Guezar, F., Bouzahir, H., Acco, P., Afdel, K., Fournier-Prunaret, D. (2007). Modeling and Simulation in Scicos: A Case Study. *Third IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Intelligent Informatics, (ISCIII 2007), Agadir-Morocco: 28-30 March*, 105-110.
- El Guezar, F., Bouzahir, H., Acco, P., Fournier-Prunaret, D., Afdel, K. (2006). Scénario de Génération d'un Signal Chaotique à partir d'un Système Hybride Affine par Morceaux. *9th Maghrebian Conference on Information Technologies Former Maghrebian Conference on Software Engineering and Artificial Intelligence (MCSEAI'06), Agadir-Morocco: 7-9 December*, 199-204.
- Ma Y., Tse, C. K., Kousaka, T., Kawakami, H. (2005). Connecting border collision with saddle-node bifurcation in switched dynamical systems. *IEEE Trans. Circuits Syst.-I*, 48, 581–585.
- Nikoukhah, R. (2004). Scicos: a dynamic systems modeler and simulator. *Proceeding (412) Modeling, Identification, and Control*, paper 412-133.
- Nikoukhah, R. (2006). Modeling hybrid systems in Scicos: A case study. *Proceeding (500) Modeling, Identification, and Control*, paper 500-082, 315-319.
- Tse, C. K. (2004). *Complex behavior of switching power converters*, Boca Raton, Florida, CRC Press.
- Yuan, G., Banerjee, S., Ott, E., Yorke, J. A. (1998). Border collision bifurcations in the buck Converter. *IEEE Trans. Circuits Syst.-I*, 45, 707-715.